

Matematika háziverseny

2015. november

11-12. évfolyam

1. Egy matematikaverseny országos döntőjére 20 tanulót hívnak be. A szállás célját szolgáló kollégiumban 20 kulcsot raknak eléjük, amelyek a szobáikat nyitják. A 20 kulcs mindegyike pontosan egy szobát nyit a megadottak közül, és mind a 20 szobaajtónak van kulcsa az asztalon levő 20 kulcs között. Legfeljebb hány próbálkozásra van szükség ahhoz, hogy minden szobához megtalálják a megfelelő kulcsot?

2. Melyek azok a p és q prímszámok, amelyekre $7p + q$ is és $p \cdot q + 11$ is prímszámok?

3. Igazold, hogy bármely nemnegatív a, b, c valós szám esetén igaz az alábbi egyenlőtlenség!

$$\sqrt{a(b+c)} + \sqrt{b(a+c)} + \sqrt{c(a+b)} \leq \frac{3}{2}(a+b+c)$$

4. Oldd meg a valós számok halmazán a következő egyenlőtlenséget!

$$\log_{\sqrt{3}}(1 + 2^{\sqrt{x}}) \cdot \log_{\sqrt{3}} \frac{9}{1 + 2^{\sqrt{x}}} < 3$$

5. Adott két egymást kívülről érintő kör, melyeknek sugara r és R , ahol $r < R$. A két kör közös külső érintői merőlegesek egymásra. Számítsd ki a $r : R$ arányt!

Válaszaidat minden feladatnál indokold!

Beadási határidő: 2015. december 4., péntek

Jó fejtörést, eredményes munkát kívánok! Szende Gabriella tanárnő