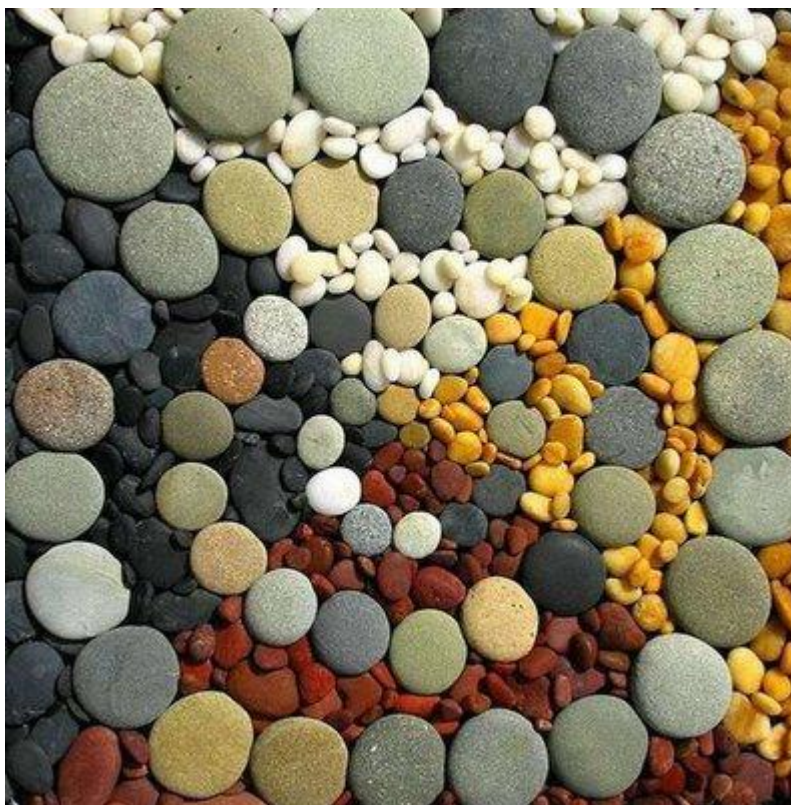


Arany arány

Készítette: Pécsi Ágnes
Felkészítő tanár: Szakács Erzsébet
Iskola: Szentendrei Református Gimnázium



Témaválasztásom oka, hogy sokszor hallhatunk az aranymetszésről, de nem tudjuk pontosan miről is van szó, mit jelent, ha valami az aranymetszés szerint aránylik.

Szeretném összefoglalni, hogy mi az aranymetszés, honnan ered az ismerete és néhány példát, hol is találkozhatunk vele.

Az aranymetszésről a pitagoreusoktól maradtak fenn az első feljegyzések. A pitagoreusok Pitagorasz követői. 530-ban Pitagorasz Polükratész zsarnoksága elől menekült a dél-itáliai görög településre, Krotónba, ahol hirdetni kezdte tanait, és rövid idő alatt meg is nyert közel kétezer embert. Ők voltak a pitagoreusok. Ahhoz, hogy valaki csatlakozhasson hozzájuk, először szigorúan előírt életmóddal és zenével meg kellett tisztítania a lelkét. Az így felkészült jelöltek különböző próbák után léphettek a szövetségbe. Ekkor avatták be őket a számok és a harmónia misztériumába. A számok tudományának a művelése és a harmóniában való elmélyedés biztosította számukra az örök igazság megismerését és az istenséghez való felemelkedést. A pitagoreusoknál a matematikával való foglalkozás vallásos tevékenység volt, amely kiegészítette az életmódbeli előírásokat. Hittek abban, hogy egy isten van, aki a világot a számok közötti kapcsolatnak, törvényeknek megfelelően teremtette. Sok szám van ugyan, de mindegyiknek forrása az egység, ugyanúgy a világ sokféle dolgának egyetlen eredete és egységbe foglalója Isten. A sokféle dolog és jelenség között az isteni harmónia teremt rendet, és az foglalja a mindenséget egységbe, és ez a harmónia ugyanaz, ami a számok tudományában és a zenében is fellelhető. Az ember igazi hivatása ezeknek a boldogságot biztosító harmóniáknak a megismerése, amihez legeredményesebben a matematika művelése segíti hozzá. A pitagoreusok hittek a lélekvándorlásban. A matematikában, amely az aritmetikát, a geometriát, a csillagászatot és zenét egyesíti, fellelhetők az örök törvények. Ezek biztosítják az ember számára az örökké való istenhez hasonulást, a lélekvándorlástól való megszabadulást, az annyira áhított örök életet.

A számokat különböző tulajdonságaik szerint osztályozták. Az 1, 2, 3, 4 és 5 a világ gyökerét jelenti. Az első négy szám összege, a 10 ($1 + 2 + 3 + 4 = 10$) a világ tökéletességét fejezi ki. A páros számokat női, a páratlanokat férfi számoknak nevezték. Az első női és az első férfi szám összege, az 5 ($2 + 3 = 5$), a házasság jelképe. Az egységet fenntartották a legmisztikusabb fogalom kifejezésére. „Mi az isten? - Az egység.” Számmisztikájukban a fő szerepet a „tökéletes számok” játszották. Ilyen tökéletes szám például a 6 vagy a 28. Valódi osztói összege maga a szám: ($6 = 1 + 2 + 3$, $28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14$). Mivel a 6 a legkisebb tökéletes szám, ezért a püthagoreusok szerint a világot szükségképp hat nap alatt teremtették. A „tökéletes számok” mellett jelentős szerepet játszottak például az úgynevezett „barátságos

számok”. Ezeket az jellemzi, hogy mindegyikük valódi, önmagánál kisebb osztóinak összege egyenlő a másik számmal. Ilyen például a 220 és a 284 szám pár.

A tízes szám a tökéletesség megtestesítője. Az összhang keresésével függ össze, hogy a pitagoreusok nagy figyelmet fordítottak a zenére, a zene matematikai vizsgálatára. Fontos hangtani törvényszerűségeket fedeztek fel.

Mi is az aranymetszés?

Az aranymetszés egy szakaszt úgy bont két részre, hogy a kisebbik rész úgy aránylik a nagyobbhoz, mint a nagy az egészhez. Ezt a 1,618 irracionális számmal tudjuk kifejezni. Az aranymetszés jelölése a φ (fi) görög betű. Pheidiasz görög szobrász nevéből származik, aki gyakran alkalmazta munkájában.

Sokak szerint ez a legszebb, legtökéletesebb arány. Ezért is az aranymetszés megnevezés. Arany, mint a legnemesebb, a legjobb, csillogó, tündöklő, értékes. Az arány, ami mindenben felfedezhető, amit tökéletesnek tartunk, látunk, érzékelünk, legyen szó akár esztétikai élményről, amit egy festmény nyújt, egy dallam harmóniájáról, vagy a természet egyszerű csodáiról, mely tartalmazza még az emberi test arányainak egyfajta magyarázatát is.

Hippaszosz nevéhez fűződik a szabályos ötszög megszerkesztésének felfedezése. Az ötszög átlói az aranymetszés szerint osztják egymást. Ezt Hippaszosznak, és az akkori pitagoreusoknak tudniuk kellett ahhoz, hogy az ötszöget megszerkeszthessék. Az aranymetszés szabálya valószínűleg még a Pitagorasz előtti idők képzőművészetéből kristályosodott ki.

Az aranymetszés szerkesztése:

Felveszünk egy tetszőleges $AB = a$ szakaszt, amely az aranymetszés arányai szerint a nagyobbik rész, és ehhez szerkesztjük meg az $AC = b$ szakaszt, amely a kisebbik rész lesz. Az a szakasz B végpontjába merőleges félegyenest állítunk a -ra, erre felmérjük az $a/2$ távolságot. Legyen ennek végpontja az O pont. O -ból $a/2$ sugárral körívet húzunk, amely az AO szakaszt A -hoz közelebb eső C pontban metszi. Az $AC = b$ távolság lesz az arány kisebbik része,

ugyanis a külső pontból húzott érintő és szelőszakaszok tétele alapján: $\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b}$ (1. ábra)

Ezeket a szerkesztési eljárásokat valószínűleg már Euklidesz előtt is alkalmazták, de a bizonyítások az ő *Elemek* című könyvében maradtak fenn. Ebben a könyvben bebizonyítja azt

is, hogy hogyan kell aranymetszés szerint tagolni egy szakaszt és ennek alkalmazásával olyan háromszöget szerkeszteni, amelynek szögei 36, 72 és 72 fokosak. Igazolja azt is, hogy az ilyen háromszög alapja adja a körbe írható szabályos ötszög oldalát. Ezért a matematikában szorosan összefügg a szabályos ötszög és az átlóiból adódó pentagram témája.

Bonyolultabb, csak az újkori geometriában megoldott feladat, hogy hogyan szerkesszünk logaritmikus spirált, csigavonalat, melynek szelvényei 1,618 arányban nőnek. Ehhez induljunk ki egy négyzetből és az aranymetszés segítségével szerkesszünk hozzá téglalapot, amelynek az oldalaránya 1:1,618. Az eredeti négyzet és a kis téglalap egy nagyobb téglalapot képez. Ennek a hosszabbik oldala legyen egy újabb négyzet oldala. Így szerkesszünk további négyzeteket és téglalapokat és körívvel kössük össze a négyzetek szemközti csúcsait. Így megkapjuk azt a csigavonalat, aminek minden szelvénye az előzőnél 1,618-szor szélesebb. (2. ábra)

A középkorban az aranymetszés egy időre feledésbe merült és csak a 13. században vált újra ismertté. Ekkor született meg az ún. Fibonacci-sorozat. Fibonacci, eredeti nevén Leonardo Pisano kereskedőként bejárta és megismerte a világ nagy részét. Érdeklődött a tudományos irodalom, és főleg a matematika iránt. Több könyvet írt, melyekben összefoglalta és saját eredményeivel kiegészítette az általa összegyűjtött ismereteket. A Fibonacci-sorozat a következő feladat megoldása: Hány pár nyúlra szaporodik a kezdeti egy pár egy év alatt, ha a második hónaptól kezdve szaporodnak és minden pár minden hónapban egy új párnak ad életet? Az egymást követő hónapokban a nyúlpárok száma: 1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89 144 233, tehát minden tag az előtte lévő két tag összege.

Az előző növekedési modellhez hasonlóan Fibonacci-sorozattal írható le egyes fajtáknál az ágak számának évenkénti alakulása is. Az első évben egyetlen hajtással számolhatunk, mely az idők folyamán majd törzssé vastagodik. A második évben megjelenik az első oldalág, a főág pedig egy évet pihen, majd a harmadik évben hoz ismét új hajtást. Az első oldalág ugyanezt a sémát követi: egy év múltán új ággal gyarapodik, majd egy évet pihen. A továbbiakban ez a folyamat ismétlődik. Ha az egyes években már kihajtott ágakat összeszámoljuk, az 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34...sorozathoz jutunk. Ha a sorozat első eleme elé egy 1-et írunk, ami a növény szunnyadó állapotának felel meg, a Fibonacci-sorozatot kapjuk. Ebben a sorozatban a szomszédos elemek hányadosának határértéke az aranymetszés arányszáma, vagyis 0,618. Erre az összefüggésre Kepler figyelt fel a 16. század végén. Ő így vélekedett: „A geometriának két alapja van: a Pitagorasz-tétel és az aranymetszés. Az első értéke felér az arannyal, a másik inkább drágakőre emlékeztet.”

A 17. század közepétől háttérbe szorultak az arányelméleti módszerek, a 19. századtól pedig valamilyen misztikus tudomány részeként tekintenek rájuk, ami a szépség matematikájának szerepét tölti be.

Aranymetszés a természetben

Az aranymetszés és a Fibonacci számok a természetben is gyakran megjelennek. A növényeknél a porzók és szirmok számában a 3 és 5 számokkal sokszor találkozhatunk, de a körömvirágnak például 13; az őszirózsának 21 egyes százszorszépeknek 34; más százszorszép-fajoknak pedig 55 vagy 89 szirma van. A 19. században dolgozták ki a levélállás elméletét, felismerték, hogy a levelek elrendeződése és fejlődése matematikai szabályokkal jellemezhető. A száras növények egy részénél a levelek párosan jelennek meg: az egymás feletti levélpárok tengelyei ugyanabban a síkban helyezkednek el, vagy egymásra merőlegesek. Az ilyen rügyek, levelek, ágak geometriai elhelyezkedésében a Fibonacci-sorozathoz tartozó számoknak meghatározó szerepük van. Ha a tőhöz közeli levélhez a 0 sorszámot rendeljük hozzá. A felette levő leveleket is sorszámmal látjuk el, akkor azoknak a leveleknek a sorszámai a Fibonacci-sorozat elemeit adják. Ha azt is megszámoljuk, hogy az elsőnek tekintett 0 sorszámú levéltől a vele először fedésbe kerülő levélíg hány teljes fordulattal jutunk, újabb Fibonacci számot kapunk. (3. ábra)

Az olyan logaritmikus spirált, ami negyedfordulatonként nő ϕ -szeresére, Fibonacci-spirálnak nevezzük. Fibonacci-spirálba rendeződnek például a fenyőtoboz és az ananász pikkelyei, a napraforgó magjai, a málna szemei, a karfiol rózsái és egyes kaktuszok tüskéi.

A napraforgó tányérján a magok elhelyezkedése szabályosságot mutat. (4. ábra) A magok a tányéron két, egymást metsző logaritmikus spirálból álló görbesorozat mentén helyezkednek el. A spirálkarok a tányér középpontjából indulnak ki. A két ellentétes irányban futó görbesorozatban a spirálkarok száma két szomszédos Fibonacci-szám. Minden spirálkar metszi az összes ellenkező irányú görbét. A magok két spirálshoz tartoznak, és azok metszésében helyezkednek el. A magok alakja a romboldhoz hasonló. Hasonló szabályosságot mutat a virágok közül az őszirózsa, a krizantém, a százszorszép.

Hasonló elrendezést mutatnak legtöbb fenyőfajta tobozán a magok, illetve az azokat fedő védőlemezek is. Az elrendezés itt is logaritmikus spirálkarok két, egymást metsző rendszeréből áll. A spirálkarok kiindulópontja a toboz szára. A spirálisok térbeli csigavonal alakjában végigfutnak a toboz hengeres testén.

A nautilus egy - a Csendes-óceán nyugati részén élő, a puhatestűek törzsébe, a fejlábúak osztályába tartozó - csigaházás polip, amelynek csodálatosan szabályos héja van. Bárhogyan is húzunk vonalat a középponton áthaladva, mindegyik metszés arány aranymetszés. (5. ábra) A nautilus azáltal növekszik, hogy azonos hatványban lévő többleteket ad a héjához. Ugyanilyen spirál formát fedezhetünk fel a csigahéjakon, a macskák karmain, a papagájok csőrén, vagy a hód metszőfogán. A juharlevél formája is több helyen rejtegeti a nevezetes arányt és a méhkasokban a hím és nőstény méhek aránya is ϕ .

A tengeri tüskésbőrűek jellegzetessége az ötsugaras szimmetria. (6. ábra) Ennek a szimmetriának a kialakulása a kalcitlemezekből összetett, szilárd vázzal hozható kapcsolatba. Ezek a lemezek eredetileg mozgathatóan kapcsolódtak egymáshoz. A lemezek érintkezési vonala mentén könnyen fordulhatott elő sérülés. Négy-, hat-, vagy nyolcsugaras szimmetria esetén könnyen kettétörne a sok lemezből álló váz. Az ötsugaras szimmetria csökkenti a kívülről áramló feszítést. Az érintkezési vonallal szemben egységes lemez van, ami fokozza az állat szilárdságát.

A kvázi-kristályok esetében fedezték fel az úgynevezett arany rombuszokat, melynek szögei 72 és 108 fokosak, ezek a Penrose-csempék. Roger Penrose a XX. század hetvenes-nyolcvanas éveiben foglalkozott a témával. A felfedezésnek nagy jelentősége volt a kristályok kutatásában. A rombuszok belső terei az aranymetszés arányait mutatják Penrose 1976 májusában a következőket írta kollégájának, Gardnernek: „Az is lehetséges, hogy a fölismerések a biológia szempontjából is jelentősek lehetnek. Ne feledjük, hogy bizonyos vírusok szabályos dodekaéder és ikozaéder alakban növekednek. Mindig is zavarba ejtő kérdés volt, hogyan csinálják ezt? Ammann nem-periodikus testeivel viszont, mint alapegységekkel, kváziperiodikus „kristályokhoz” juthatunk; olyan, kristálytanilag látszólag lehetetlen hasadási irányokkal, melyek síkjai dodekaédert vagy ikozaédert határoznak meg. Lehetséges, hogy a vírusok növekedése is ilyesfajta nem-periodikus egységen alapul – vagy túlságosan merész ez az elképzelés?”

Az emberi test is felosztható az aranymetszés szerint. Adolph Zeising Kísérleti esztétika című művében ír emberen végzett méréseiről. Az emberi alaknak első osztási pontját a köldökre tette. Megállapította, hogy a test törzsének és főbb tagjainak illeszkedési pontjai az aranymetszés szerint arányulnak. A görög szoborművek arányai is megfelelnek Zeising elméletének. Zeising ezenkívül megkísérelte az ókor és a középkor építményein kimutatni, hogy azokban és egyes részeik méreteiben az aranymetszés elve uralkodik. A festészet legismertebb alkotásainak elrendezésében is ugyanez az elv érvényesül. Több neves művész vagy műalkotás épít az aranymetszés szabályaira, például a magyar Szent Korona, Dante

Isteni színjátéka, Leonardo da Vinci és Michelangelo festményei. Az arany metszés szervező struktúra Mozart szonátaiban, Beethoven V. szimfóniájában; Bartók, Debussy és Schubert zeneműveiben.

Leonardo da Vinci híres férfialakja, a Vitruvius-tanulmány, amely Marcus Vitruvius római építésről kapta a nevét, aki a "De Architectura" című munkájában dicsőítette az arany metszést. (7. ábra) Vitruvius arányrendszerében az emberi test arányait vette alapul. Ha egy ember a hátára fekszik és kinyújtja kezeit és lábait, akkor létrejön egy kör, amelynek középpontja a köldöke. Ha az ujjhegy és a könyök távolságát egy egységnek vesszük, akkor a csukló az arany metszés pontján van. Ha fejtől a sarokig nézzük, és a saroktól a köldökig, akkor ezeknek az aránya is phi az egyhez, és ugyanez az arány jellemzi a csípőtől a sarokig, illetve a térdtől a sarokig mért távolságokat. Leonardo megmérte az ember csontszerkezetének pontos arányait. Ő volt az első, aki kimutatta, hogy az emberi test a szó szoros értelmében építőkövekből áll, amelyek arányszáma mindig a phi-vel egyenlő. Leonardo da Vinci szigorúan ragaszkodott az arany metszéshez a kompozícióik elrendezésében. Leghíresebb műve, a Mona Lisa több „láthatatlan” aranytéglalapot tartalmaz. Nem kizárt, hogy a kompozíció kialakításakor szántszándékkal alkalmazott matematikai eszközöket.

Charles-Edouard Jeanneret, vagy ahogy a világ jobban ismerte, Le Corbusier építész tervezte meg az ún. Modulort. Ennek lényege az emberi test arányainak alapul vétele a tervezésben. Egyszerre alkalmazta az arany metszést, a Fibonacci számokat és a kétszeres egységet az egységek kidolgozásánál. Ehhez egy hat láb magas (kb. 182 cm) férfit képzelt el, aki terpeszben áll és karját a feje fölé tartja, így megrövidült a köldök talajtól számított magassága. Ezt úgy magyarázta, hogy ez a két mozdulat határolja be az ember térigényét, ezért meghatározza az építészeti térformálás módját is. Végül a kar felemelésével olyan emberalakot konstruált, amelyet a köldök pontosan megfelel, e mozdulat nélkül pedig arany metszés szerint tagol. Úgy gondolta, hogy az ő rendszere folytatása, Leonardo da Vinci Vitruviusának és mások hasonló műveinek, mely az emberi test arányait veszi alapul az épületek megformálásakor és térszervezésekor. A Modulor általános használata nem terjedt el.

Jelképek

Az arany metszést az ókorban misztikus jelentések hordozójának, isteni eredetűnek tartották, ezért gyakran találkozhatunk vele különböző vallásos tárgyú képeken, a vallással összefüggő tárgyak, eszközök, épületek arányaiban.

A keresztet az ókori Egyiptomban a kereszténység megjelenése előtt az élet jeleként tisztelték. A korai keresztény időkből származó Krisztus monogrammal egyesített ankh-kereszt a kereszténység a korabeli vallásokkal való összefonódására utal. (8. ábra)

Az arany metszési arány több helyen is megtalálható. A két alsó keresztgerenda hossza a keresztoszlop magasságának hosszabb, illetve rövidebb arany metszete. A két keresztgerenda együttes hossza megegyezik az oszlop magasságával, a kör középpontja az oszlopnak a talpponttól a legfelső gerendáig terjedő távolságát arany metszésben osztja. A legfelső keresztgerenda középpontja a középső keresztgerenda alsó élétől a kereszt csúcsáig mért távolságának, a P betű felső görbülete a betű teljes hosszának arany metszete. Az első keresztény századok vallási irányzataira a pitagoreusok is hatással voltak. Erre vezethető vissza az egyes arányok isteni eredetében való hit, és azok vallási jellegű tárgyakon és jelképeken való továbbélése.

Létezik az úgynevezett arany szög is, amely $\cos = 0,618034\dots$. A szög értéke: $51^\circ 49' 43''$. Ezzel a szöggel találkozhatunk például Krisztus-monogram X-e és a P betű szárai között (9. ábra) vagy Szent István betűjelénél. (10. ábra)

Az ötös számnak már az ókorban különös jelentőséget tulajdonítottak. Öt ujjunk van, ennyi az érzékszerveink száma, és a természetben is lépten-nyomon találkozunk ezzel a számmal. Nagyon sok virág ötszirmú: ilyen például az ibolya, nagyon sok vadvirág és a legtöbb gyümölcsfa virága.

Az ókori görögök az egészség szimbólumát látták az ötszögben, és csúcsaihoz az egészség istennőjének jeleit kapcsolták. A középkor asztrológiai ábráin az ötszög csúcsainál az öt főbolygó neve szerepel. (11. ábra) Európában a középkor és az újkor folyamán gyakran festettek vagy karcoltak pentagramot a házak küszöbére, hogy megoltalmazzák a ház lakóit a rontástól, és elriasszák a démonokat. Erről olvashatunk Goethe Faustjában is, amikor Mefisztó nem meri átlépni a küszöböt, miután meglátja rajta a pentagramot.

Vizuális érdekességének köszönhetően a pentagram a népművészetben is meghonosodott (bár nem olyan gyakori az előfordulása, mint a kör 4-es, 6-os vagy nyolcas osztásra épülő

motívumainak). Kalotaszeg környékéről való az itt bemutatott pentagramra emlékeztető, de közepén nyolcszirmú orsókarika.(12. ábra) Ezen a környéken divat volt orsókarikákat osztogatni szerelmi ajándékként. Az ötszögcsillag formának sem eszmei indíttatása, sem gyakorlati funkciója nincs, kizárólag mint díszítőelem érvényesül.

Gyakori ábra a pentagram a Kr. e. V. századtól, különösen a hellenizmusban a görög, később pedig itáliai pénzerméken, eleinte önmagában, majd valamelyik isten vagy császár attribútumaként. Ezek a tárgyi emlékek megelőzik Pitagorasz korát, ezért biztos, hogy nem az aranymetszés miatt alkalmazták a pentagram szimbólumot.

Az öt gyakran jelenik meg a mitológiában is. Az indiai tradícióban az öt elem – föld, víz, tűz, levegő, éter – alkotja az akasa-univerzumot. Kínában kicsit másként fogalmazzák meg az elemeket, csakúgy, mint a druidáknál: víz (tenger), föld (fém), tűz (szél), levegő (ég), természet (fa), de lényegileg ugyanarról van szó. Az ötágú csillag egy álló alak rajzként a mikrokozmosz és az ember jelképe, így ember-jegy, az embert magát jelzi, egyben a cselekvés jelképe is. Püthagorasz követői a tízes mellett az ötöst is tökéletes számnak tartották és titkos jelként használták, Babilonban pedig az egészséggel feleltették meg.

Az ötszög az ősidőktől fogva az egység és az univerzum jelképe, különleges jelentőségét csak növelte az aranymetszéssel való kapcsolata, vagyis, hogy átlói aranymetszés szerint osztják egymást.

Az aranymetszés alkalmazása

Az aranymetszést a fényképészetben is alkalmazzák a hozzáértők, harmadolási szabályként is szokták emlegetni, de tudni kell, hogy a harmadolópont nem egyezik meg az aranymetszés helyével. Ez az elv nagyban befolyásolja a képek hangulatát. Ugyanezt a szabályt alkalmazzák videók készítésekor, vagy akár a híradóban is, amikor a bemondó nem középen ül, hanem valamelyik oldalon, a harmadolópont környékén. Ettől a kép esztétikusabbá válik, közelebbinek érezzük magunkhoz a beszélőt.

A mindennapi életben sok helyen cél, hogy a tárgyak esztétikusabbak legyenek, ezzel is befolyásolják az embereket. Nézzük, hol jelenik meg az aranymetszés a tárgyakon:

Fontos kérdés: Milyen autót vegyen a család. Legyen biztonságos, kényelmes, elég nagy, alacsony fogyasztású és szép. Mindenki számára mást jelent a szép, de a Peugeot-nak sikerült az aranymetszés szerint megterveznie egyik modelljét. (13. ábra) Nem tudhatjuk, hogy ez mennyire volt szándékos.

Szívesen alkalmazzák az arany metszést a bútorok készítésénél is. Ez sokkal inkább tudatos, sőt még fel is hívják a figyelmet rá a vevőtájékoztatóban: „a tömör, kétcolos gőzölt bükkasztal az *arany metszés* arányaiban született.” Ezzel is felkeltik a vásárló érdeklődését, ki ne akarna egy különleges, arányos asztalkát a nappaliba?

Az illatszereknél az illat mellett az is fontos, hogy mennyire esztétikus az üveg, amiben árulják. Néhány parfümös üveg arányaiban is felfedezhető az arany metszés, de a legtöbbször inkább az 1:2 arány érvényesül. (14. ábra)

Valószínűleg véletlen, de az arany metszés néhány játék arányainál is megjelenik. Több ilyen játékot is találtam, ráadásul volt amelyiknek a gyártója is megegyezett.

A Kit-Kat, a National Geographic, a Visa, a MasterCard logója is arany metszés arányai szerint vannak tervezve. (15. ábra)

Az arany metszés tehát egy régóta ismert és csodált arány, és bár nem mondhatjuk ki, hogy ez valóban a legszebb arány, abban biztosak lehetünk, hogy jelen van életünkben, még akkor is, ha nem figyelünk fel rá.

Felhasznált irodalom:

Falus Róbert, 2001, Az aranykészítés legendája, Budapest, Magyar Könyvklub, 16-19, 62, 63, 99-110, 120-125. oldal

Hámori Miklós, 1994, Arányok és talányok, Typotex Elektronikus Kiadó Kft. 49-52. oldal

Sain Márton, 1986, Nincs királyi út!, Budapest, Gondolat Kiadó 85, 87, 94, 95, 450-452. oldal

<http://free.x3.hu/tefam/pitagoras.doc>

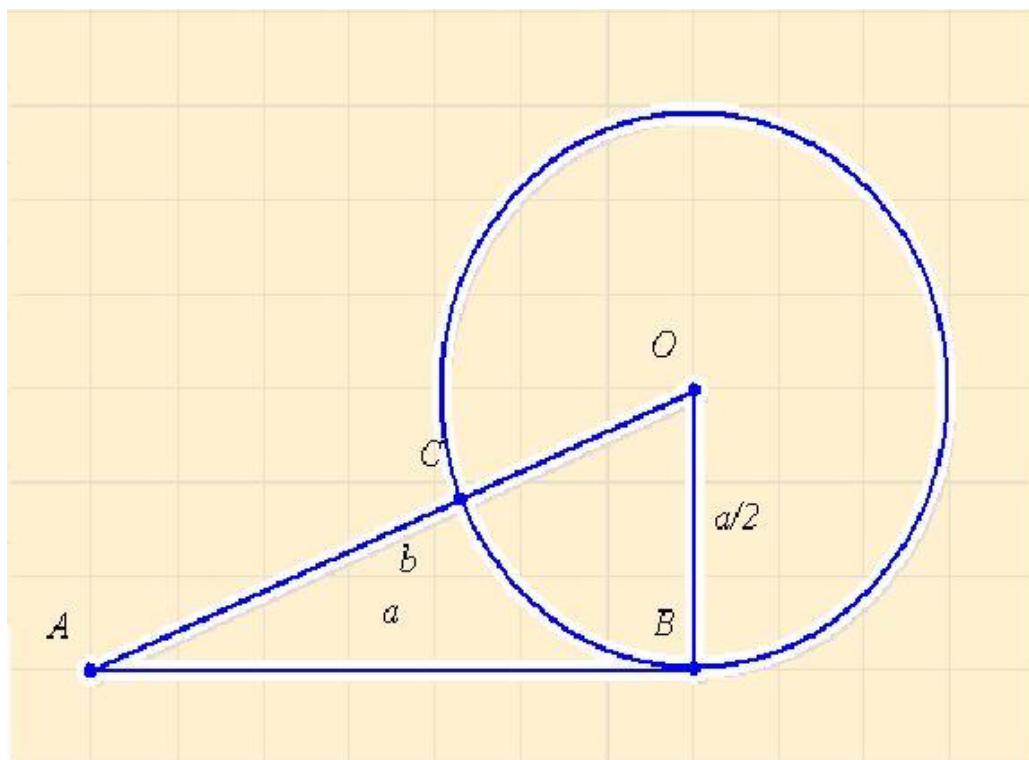
http://www.mathematika.hu/viewpage.php?page_id=98

<http://209.85.129.132/search?q=cache:6auZ-uQ8mGIJ:matinf.atk.u-kaposvar.hu/public/stettner/PFK/Dolgozatok/Szierer%2520M%25F3nika.doc+aranykészítés%20A9s+term%C3%A9szet&cd=1&hl=hu&ct=clnk&gl=hu&client=firefox-a>

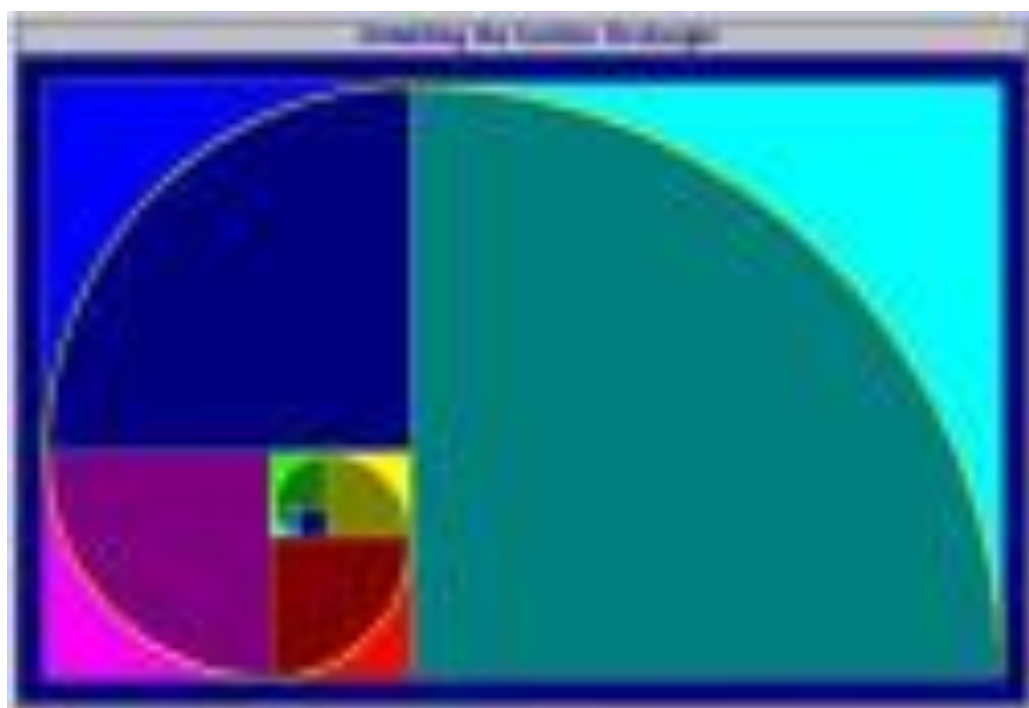
<http://kagylokurt.hu/tarsadalomtudomany/az-aranykészítés-története.html>

<http://209.85.129.132/search?q=cache:f1a8ksaiYZEJ:matinf.atk.u-kaposvar.hu/public/stettner/PFK/Dolgozatok/Balaton%2520Veronika.doc+balaton+veronika&cd=5&hl=hu&ct=clnk&gl=hu&client=firefox-a>

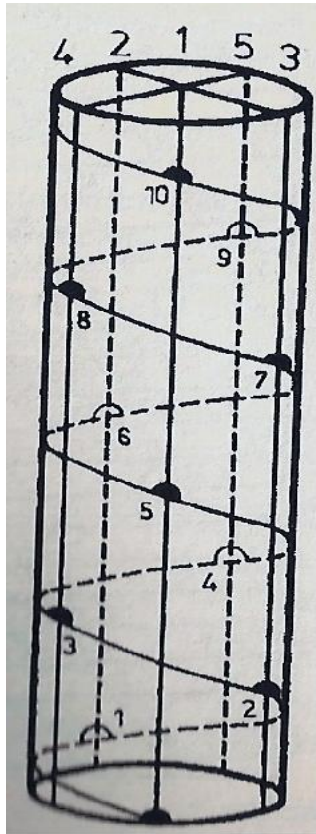
<http://www.halivud.hu/index.php?subcontent=video/view.php&id=21&PHPSESSID=9>



1. ábra



2. ábra



3. ábra



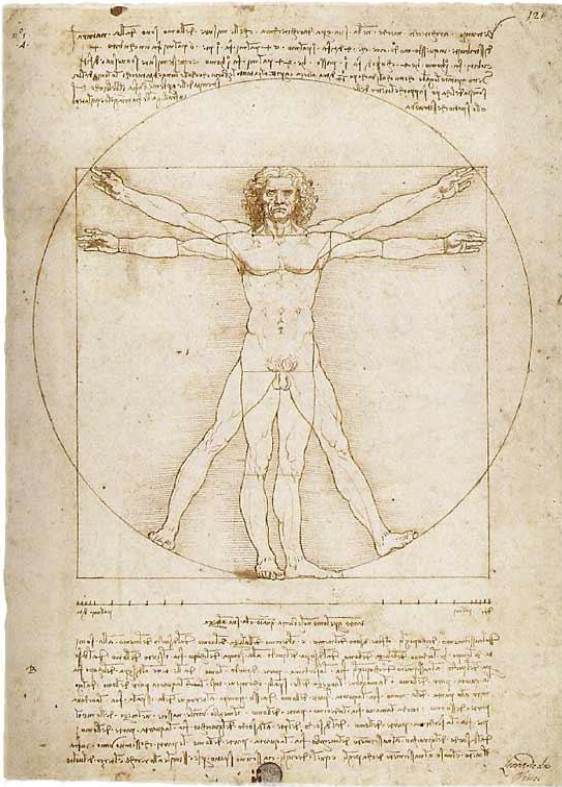
4. ábra



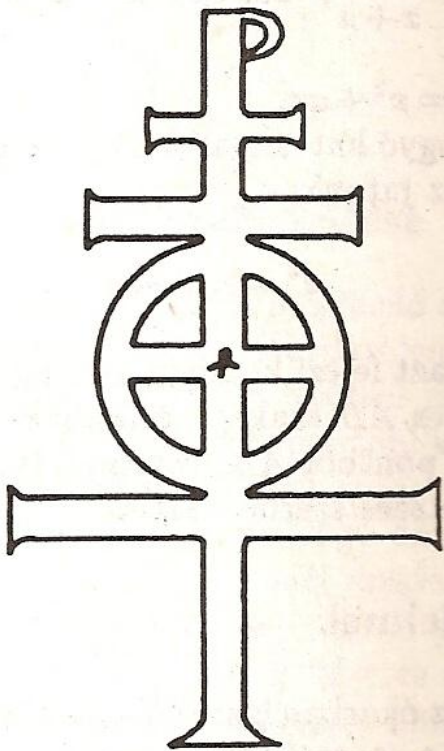
5. ábra



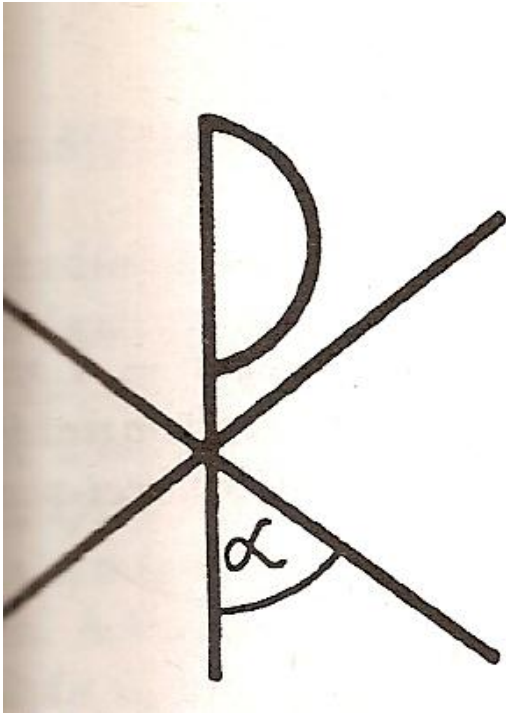
6. ábra



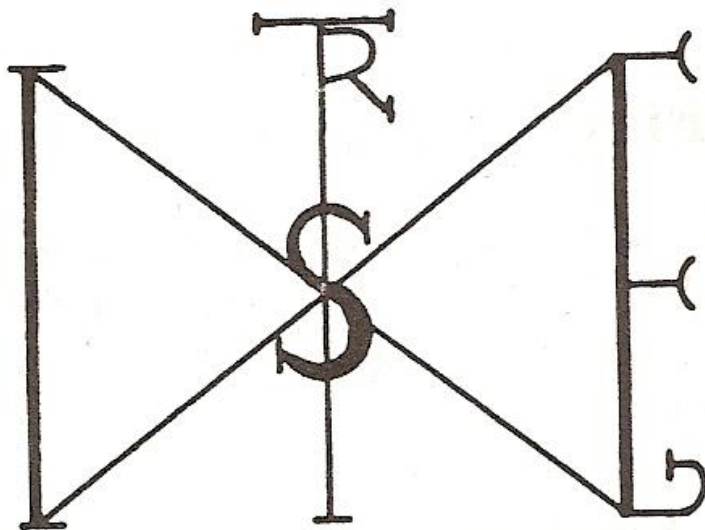
7. ábra



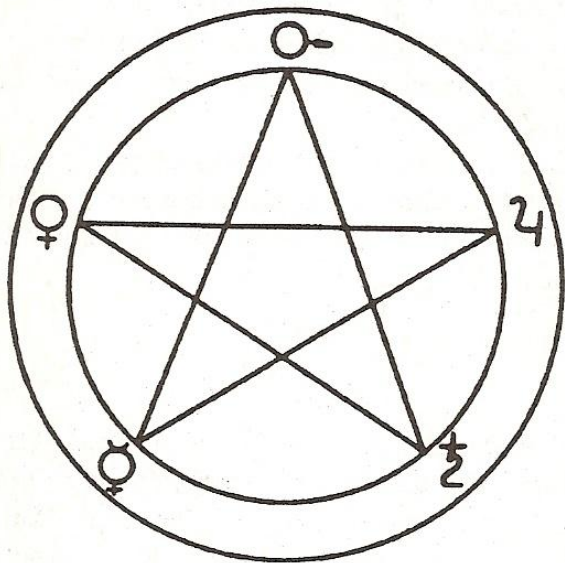
8. ábra



9. ábra



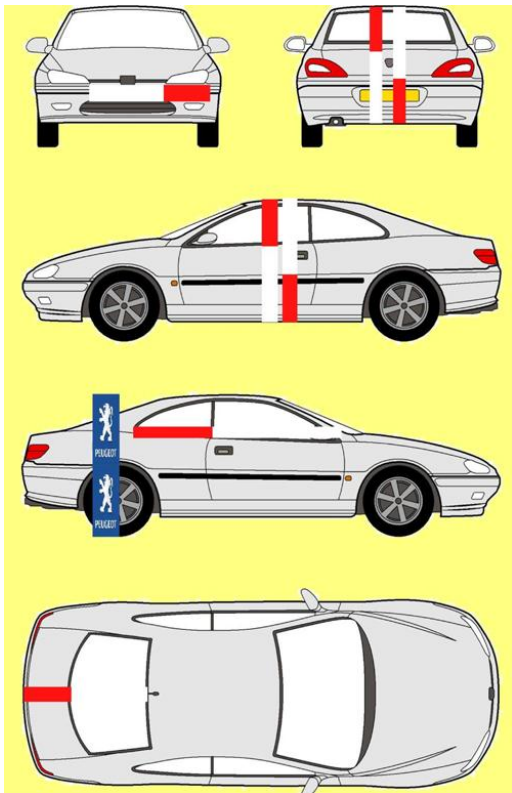
10. ábra



11. ábra



12. ábra



13. ábra



14. ábra



15. ábra